

Perbandingan Analisis Lendutan Pelat dengan Menggunakan Metode *Beam on Elastic Foundation (BoEF)* dan *Finite Element Method (FEM)*

(Comparative Analysis of Deflection Plate by Using The Method of Beam on Elastic Foundation (BoEF) and Finite Element Method (FEM))

WILLIS DIANA

ABSTRACT

The aim of this study was to compare deflection plates are supported by soil by using the method of Beam on Elastic Foundation (BoEF) and Finite Element Method (FEM). To validated the methods, used data from laboratory testing of the loading plate models. For the calculation of deflection plates on elastic (soil) foundation, the accuracy of determining the modulus of subgrade reaction will greatly affect the calculation of deflection plate. Deflection calculation used Finite Element Method and BoEF method gave deflections, where close enough to those of experimental result. Both methods can be used to estimate the plate deflection.

Keywords : Beam on Elastic Foundation, Finite Element Method, deflection, plate

PENDAHULUAN

Dalam perancangan pelat fondasi seperti fondasi rakit (*raft/mat foundation*) besarnya lendutan (defleksi) yang terjadi pada pelat akibat pembebanan perlu untuk diketahui guna mengantisipasi agar defleksi yang terjadi masih dalam batas yang diijinkan. Demikian pula untuk defleksi yang terjadi pada perkerasan jalan, baik perkerasan fleksibel maupun perkerasan kaku (*rigid pavement*). Defleksi yang terjadi pada badan jalan akan berdampak besar, antara lain mengurangi tingkat pelayanan jalan.

Besarnya defleksi yang terjadi pada pelat fondasi yang didukung tanah tergantung pada banyak hal seperti intensitas beban, kekakuan pelat, kekakuan tanah, dan sebagainya.

Untuk menganalisis balok (pelat) yang berada di atas tanah, metode yang biasa digunakan adalah model matematik yang disebut model fondasi Winkler. Pada model ini tanah disederhanakan menjadi pegas-pegas yang diletakkan di bawah pelat (balok). Konstanta pegas disebut sebagai modulus reaksi *subgrade*.

Modulus reaksi *subgrade* adalah hubungan konseptual antara tekanan tanah dengan defleksi (Bowles, 1982). Nilai modulus reaksi *subgrade* ditentukan dengan uji beban pelat (*plate load test*). Besarnya nilai modulus reaksi *subgrade* ditentukan dalam Persamaan 1.

$$k_v = \frac{P}{y} \dots\dots\dots 1$$

dengan,

k_v : modulus reaksi *subgrade* vertikal (kN/m³),

P : tekanan (kN/m²),

y : lendutan pelat (m).

Persamaan di atas berdasarkan asumsi penyederhanaan bahwa nilai k_v tidak bergantung pada besarnya tekanan, dan nilai k_v besarnya sama besar pada setiap titik pada permukaan pelat

Terzaghi (1955, dalam Teng, 1981) memberikan faktor-faktor yang mempengaruhi besarnya modulus reaksi tanah adalah sebagai berikut:

1. Pengaruh ukuran. Pada tanah yang sama nilai k_v berkurang dengan bertambahnya lebar dari fondasi (pelat).

untuk tanah granuler

$$k_v = k_1 \left(\frac{B+1}{2B} \right) \dots\dots\dots 2$$

untuk tanah kohesif

$$k_v = \frac{k_1 1}{B} \dots\dots\dots 3$$

dengan,

k_v : modulus reaksi *subgrade* untuk pelat lebar = B (ft),

k_1 : modulus reaksi *subgrade* untuk pelat berukuran 1 ft.

2. Pengaruh bentuk. Untuk fondasi yang mempunyai lebar yang sama (B) pada beban q yang sama dan pada tanah yang sama, nilai k_v berkurang dengan bertambahnya panjang fondasi.

$$k_v = \frac{k_s (1 + B / L)}{1,5} \dots\dots\dots 4$$

dengan,

k_v : modulus reaksi *subgrade* pelat segi empat ukuran LxB,

k_s : modulus reaksi *subgrade* pelat bujur sangkar BxB.

Besarnya kisaran nilai modulus reaksi *subgrade* dapat dilihat pada Tabel 1.

TABEL 1. Kisaran nilai modulus reaksi *subgrade* vertikal (Bowles, 1982)

Macam Tanah	k_v (kN/m ³)
Pasir longgar	4800 - 16000
Pasir dengan kepadatan sedang	9600 - 80000
Pasir padat	64000 - 12800
Pasir berlempung dengan kepadatan sedang	32000 - 80000
Pasir berlanau dengan kepadatan sedang	24000 - 48000
Lempung	
$qu \leq 200$ kPa	12000 - 24000
$200 < qu \leq 400$ kPa	24000 - 48000
$qu > 800$ kPa	> 48000

Beam on Elastic Foundation

Analisis lendutan balok pada fondasi elastic dikembangkan berdasarkan asumsi bahwa gaya reaksi pada setiap titik akan sebanding dengan defleksi pada titik tersebut. Asumsi ini pertama kali dikembangkan oleh Winkler 1867 (Hetenyi, 1974).

Persamaan umum garis defleksi untuk balok prismatic lurus pada fondasi elastik yang diberikan beban transversal adalah,

$$y_v = e^{\lambda x} (C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x) + e^{-\lambda x} (C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x) \dots\dots\dots 5$$

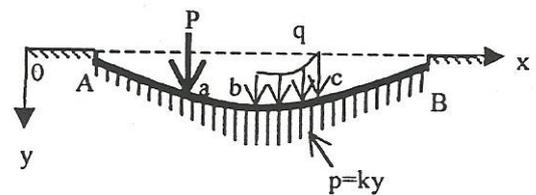
$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \dots\dots\dots 6$$

dengan,

λ : karakteristik panjang, termasuk *flekstural rigidity* (EI) dari balok dan elastisitas dari media pendukungnya

C : konstanta integrasi

Untuk pelat panjang tak terhingga dengan kondisi beban tertentu, Hetenyi (1974) memberikan penyelesaian umum seperti beban titik yang terletak pada jarak tertentu pada balok (seperti Gambar 1).



GAMBAR 1. Balok yang dibebani beban titik

Besarnya defleksi (y) adalah

$$y = \frac{P\lambda}{k} \frac{1}{\sinh^2 \lambda l - \sin^2 \lambda l} \left\{ \begin{aligned} & 2 \cosh \lambda x \cos \lambda x \\ & \left[\sinh \lambda l \cos \lambda b - \sin \lambda l \cosh \lambda a \cos \lambda b \right] \\ & \left[\cosh \lambda x \sin \lambda x + \sinh \lambda x \cos \lambda x \right] \\ & \left[\sinh \lambda l \left[\sin \lambda a \cosh \lambda b - \cos \lambda a \sinh \lambda b \right] \right. \\ & \left. \left[\sin \lambda l \left[\sinh \lambda a \cos \lambda b - \cosh \lambda a \sin \lambda b \right] \right] \right\} \dots\dots 7$$

dengan,

- a : jarak dari kiri balok ke beban (m)
- b : jarak dari kanan balok ke beban (m)
- x : jarak dari kiri balok ke titik yang ditinjau (m)
- y : defleksi (m)
- P : beban,
- k : $k_v \cdot B$ (B = lebar balok)

Finite Element Method

Persamaan keseimbangan dalam formulasi elemen hingga dapat dituliskan dalam Persamaan 8 (Cook et al,1989).

$$[K] \{U\} = \{F\} \tag{8}$$

dengan,

- [K] : matriks kekakuan elemen
- {U} : vektor displacement
- {F} : vektor

Persamaan 8 dapat juga dituliskan sebagai berikut,

$$\int_v [B]^T [E] B \bar{d}V \{U\} = \{F_b\} + \{F_s\} + \{F_p\}$$

dengan,

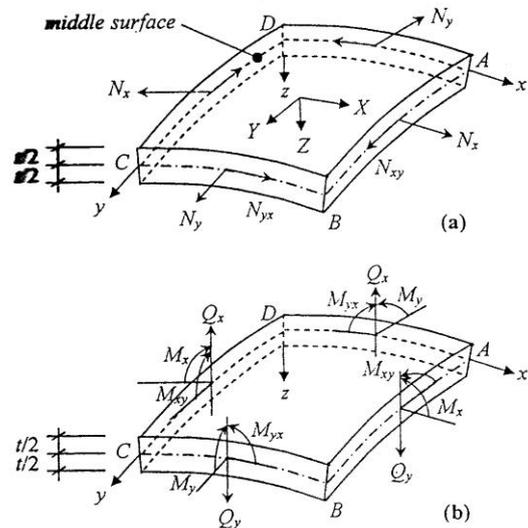
- [B] : matriks regangan dari hubungan antara regangan dan deformasi $\{\epsilon\}=[B]\{U\}$
- {F_b} : berat sendiri
- {F_s} : beban permukaan
- {F_p} : beban luar terpusat
- [E] : matriks yang berisi parameter elastik dan poisson ratio element.

Analisis dengan metode elemen hingga dalam penelitian ini menggunakan program analisis struktur SAP 2000. Pelat fondasi diasumsikan sebagai *shell element*, berbentuk segi empat (*quadrilateral*), dengan empat *joint* seperti Gambar 2.

Pada masalah pelat lentur pada pondasi elastik seperti Gambar 2 matriks kekakuan pelat harus ditambahkan dengan matriks kekakuan *spring* (pegas / idealisasi untuk tanah) yang identik dengan matriks kekakuan *truss element*, sehingga matriks kekakuan pelat pada fondasi elastik (tanah) menjadi,

$$K_{sistem}^{-} = K_{pelat}^{-} + K_{spring}^{-}$$

$$K_{spring} = \begin{bmatrix} k_{u1} & 0 & 0 \\ 0 & k_{\theta 1} & 0 \\ 0 & 0 & k_{\theta 2} \end{bmatrix}$$



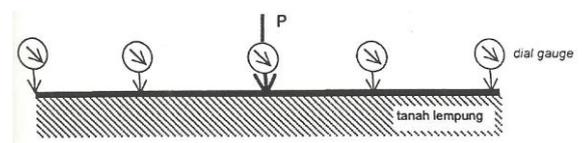
GAMBAR 2. Shell element berbentuk elemen segi empat

PENGUJIAN MODEL PELAT DI LABORATORIUM

Pengujian model pelat fondasi di laboratorium menggunakan box berukuran 120 cm x 120 cm x 120 cm terbuat dari baja. Ke dalam box tersebut dimasukkan tanah lempung yang sebelumnya telah diuji sifat indeks tanahnya setinggi 100 cm. Kotak uji dilengkapi dengan frame pembebanan dan frame untuk meletakkan *dial gauge* untuk pembacaan defleksi pelat.

Pelat menggunakan bahan fleksiglass dengan ketebalan 5 mm, 10 mm, dan 15 mm. Pelat yang digunakan berbentuk persegi panjang dengan ukuran 40cm x 10 cm dan 80 cm x 10 cm.

Tanah yang digunakan merupakan tanah lempung dari Desa Kedungsari, Kabupaten Kulon Progo. Skema pembebanan seperti pada Gambar 3.



GAMBAR 3. Skema pembebanan pelat

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Pengujian Tanah

Hasil pengujian sifat indeks dan kekuatan tanah tercantum dalam Tabel 2.

TABEL 2. Hasil pengujian sifat indeks tanah

No	Pengujian	Nilai
1	Kadar air rata-rata (%)	77,26
2	Berat jenis (Gs)	2,67
3	CBR (%)	2,27
4	Cu (tekan bebas) (kN/m ²)	4,15
5	Batas cair (%)	106,69
6	Batas plastis (%)	37,21
7	Indeks plastisitas (%)	69,48
8	Persentase butiran pasir	3,28
9	Persentase lanau/lempung	96,72

Hasil Pengujian Pelat

Pelat fleksiglass yang digunakan mempunyai modulus elastisitas (E) 2,98. 10⁶ kN/m²

Hasil Pengujian Modulus Reaksi Subgrade

Untuk mengetahui besarnya modulus reaksi subgrade dilakukan pengujian pembebanan pelat dari bahan fleksiglass berukuran 10 cm x 10 cm. Dari hasil pengujian kemudian dibuat kurva antara tekanan yang diterima pelat dan tanah (p) dengan penurunan pelat (y). Kemiringan dari kurva tersebut merupakan nilai modulus reaksi subgrade vertikal (k_v) dari tanah. Hasil k_v dari pelat berukuran 10 cm x 10 cm dengan bermacam ketebalan seperti dalam Tabel 3.

TABEL 3. Nilai k_v pelat berukuran 10 cm x 10 cm

Ukuran Pelat	k _v (kN/m ³)
10x10x0,50	5363,94
10x10x1,00	5604,47
10x10x1,50	7567,73

Nilai k_v untuk model pelat fondasi yang ukurannya berbeda-beda diperoleh dengan mengoreksi nilai k_v pelat 10 cm x 10 cm menyesuaikan dengan ukuran model pelat fondasi. Untuk pelat bentuk persegi panjang koreksi menggunakan Persamaan 4. Modulus reaksi *subgrade* vertikal hasil konversi dari ukuran pelat 10 cm x 10 cm ke ukuran pelat yang lebih besar ditampilkan dalam Tabel 4.

TABEL 4. Nilai k_v untuk berbagai ukuran pelat

Ukuran Pelat	k _v (kN/m ³)
40x10x0,50	4469,95
40x10x1,00	4670,39
40x10x1,50	6306,44
80x10x0,50	4022,96
80x10x1,00	4203,35
80x10x1,50	5675,80

Hasil Pengujian Pembebanan Pelat dan Hitungan Defleksi

Dari hasil pengujian pembebanan pelat di laboratorium diperoleh grafik lendutan seperti pada Gambar 4 dan Gambar 5, yaitu pada beban p = 0,3 kN. Hasil perhitungan dengan metode BoEF dan FEM dibandingkan dengan lendutan pengamatan model pelat fondasi ditampilkan pada Gambar 4 dan Gambar 5.

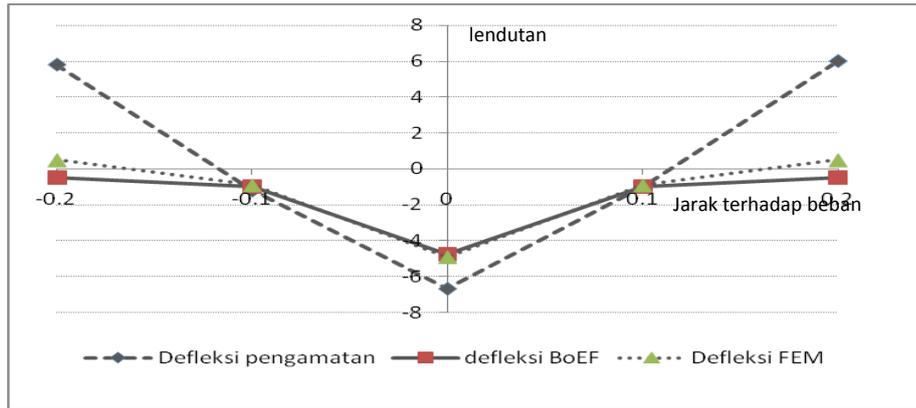
Sebagai perbandingan, defleksi tepat di bawah beban dengan defleksi hasil perhitungan ditampilkan dalam Tabel 5.

Dari grafik perbandingan lendutan (Gambar 4 dan 5) dan Tabel 5 dapat diketahui bahwa pada pelat ukuran 40cmx10cm yang relatif fleksibel (ketebalan 0,5 cm) lendutan hasil pengamatan model pelat lebih besar dibandingkan lendutan hasil perhitungan baik dengan metode BoEF maupun dengan FEM. Untuk pelat yang lebih kaku (ketebalan 1,5 cm), lendutan hasil perhitungan lebih besar dibandingkan dengan lendutan pengamatan.

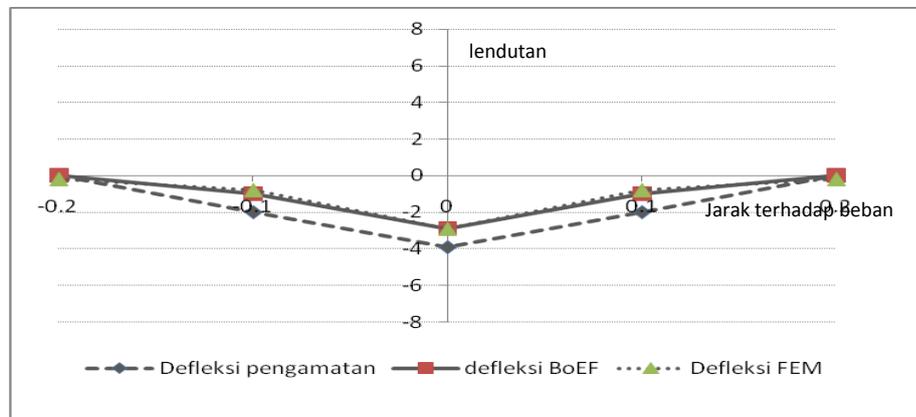
Pada pelat ukuran 80 cm x 10 cm, untuk semua ketebalan pelat, defleksi pengamatan dari model laboratorium lebih kecil dibandingkan dengan defleksi hitungan.

Secara umum untuk semua model, semakin kaku pelat (ketebalan 1,5 cm) perbedaan antara lendutan pengamatan model pelat di laboratorium dengan defleksi hitungan metode BoEF maupun FEM mempunyai persentase selisih yang paling kecil.

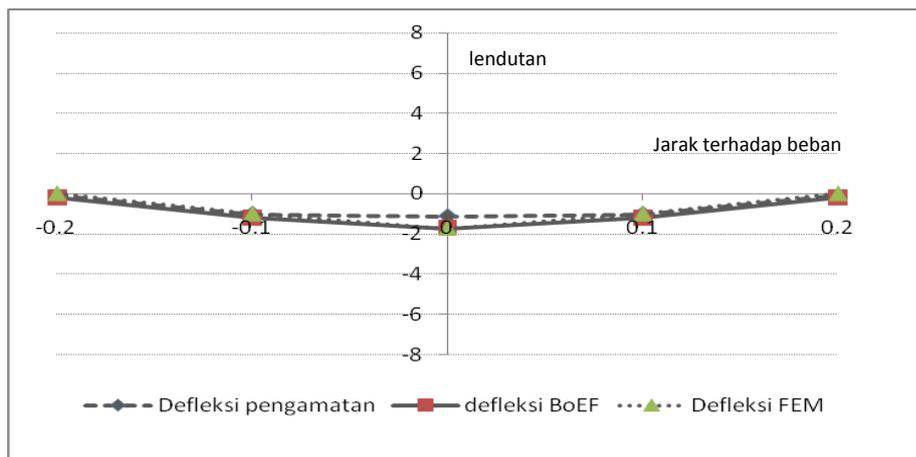
Perhitungan defleksi dengan metode BoEF maupun FEM menghasilkan defleksi yang hampir sama. Perbedaan antara defleksi pengamatan dengan defleksi hitungan yang cukup besar terutama pada pelat yang fleksibel (ketebalan 0,50 cm) terjadi kemungkinan karena kekurangtepatan dalam menentukan modulus reaksi *subgradenya*.



(a) Tebal pelat 0,50 cm

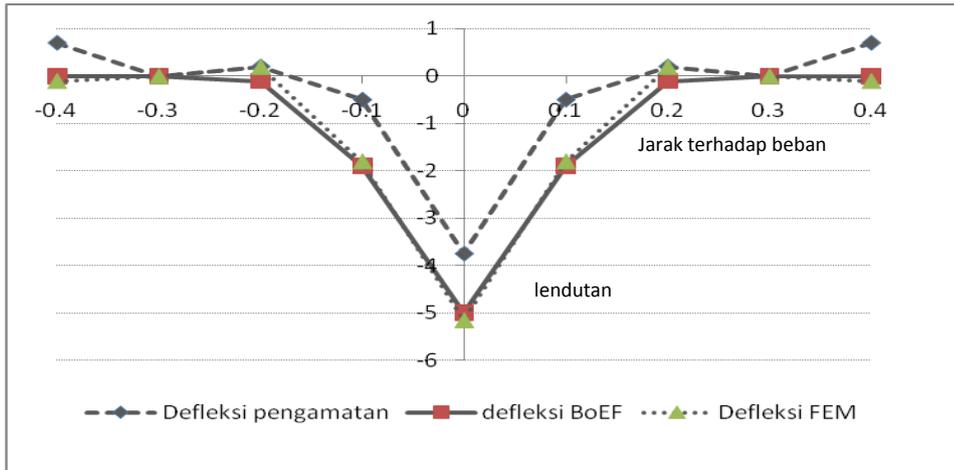


(b) Tebal pelat 1,00 cm

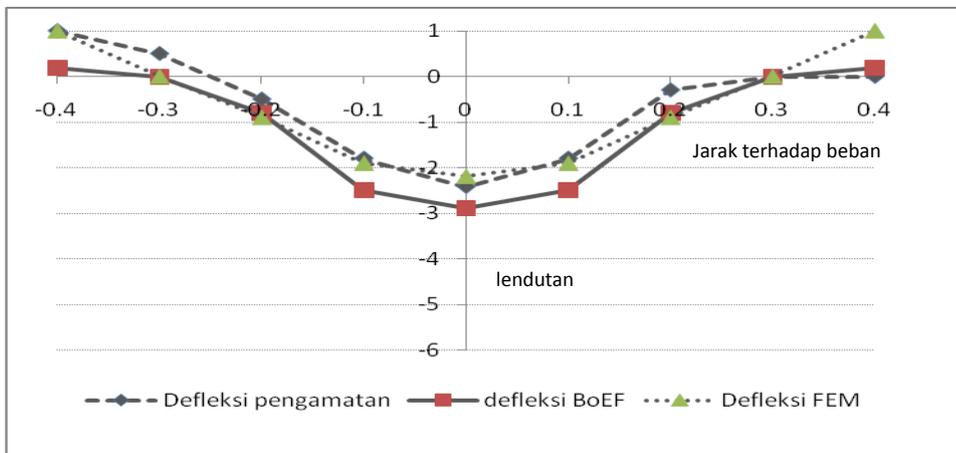


(c) Tebal pelat 1,50 cm

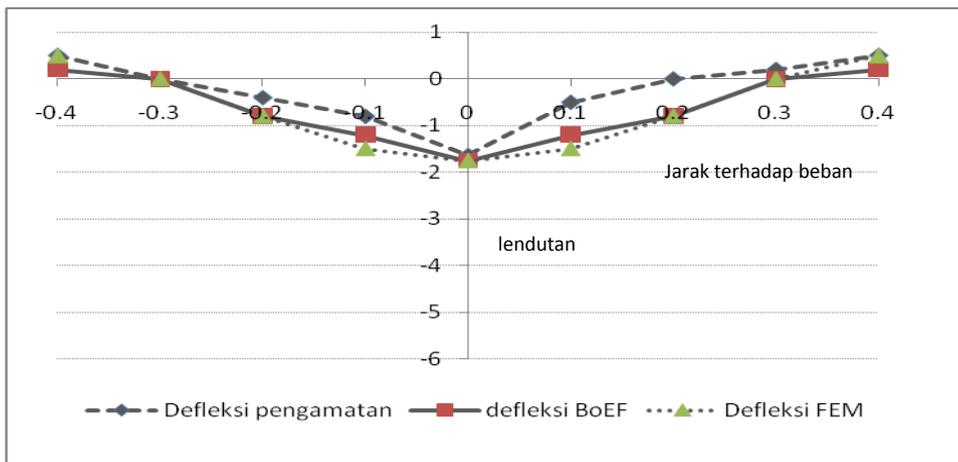
GAMBAR 4. Perbandingan lendutan pengamatan dengan lendutan hasil hitungan dengan metode BoEF dan FEM pada pelat berukuran 40 cm x 10 cm



(a) Tebal pelat 0,50 cm



(b) Tebal pelat 1,00 cm



(c) Tebal pelat 1,50 cm

GAMBAR 5. Perbandingan lendutan pengamatan dengan lendutan hasil hitungan dengan metode BoEF dan FEM pada pelat berukuran 80 cm x 10 cm

TABEL 5. Perbandingan defleksi pengamatan dengan defleksi hitungan metode BoEF dan FEM pada beban 0,3 kN

Ukuran Pelat(cm)	Defleksi Pengamatan(mm)	Defleksi BoEF(mm)	Defleksi FEM(mm)
40x10x0,5	6,67	4,75	4,90
40x10x1,0	3,92	2,90	2,89
40x10x1,5	1,12	1,72	1,72
80x10x0,5	3,75	5,00	5,16
80x10x1,0	2,42	2,90	2,19
80x10x1,5	1,63	1,76	1,76

KESIMPULAN

1. Untuk perhitungan defleksi pelat yang terletak di atas fondasi elastis (tanah) parameter modulus reaksi tanah merupakan parameter yang sangat penting untuk diketahui. Ketepatan penentuan modulus reaksi *subgrade* akan sangat berpengaruh terhadap perhitungan defleksi pelat (balok).
2. Perhitungan defleksi untuk pelat/balok di atas fondasi elastis (tanah) baik dengan metode BoEF maupun FEM menghasilkan defleksi yang hampir sama. Kedua metode tersebut dapat digunakan untuk memperkirakan defleksi yang mungkin terjadi.

Lingkar Selatan, Tamantirto, Kasihan, Bantul 55183.

✉Email: silliwanaid@yahoo.com

DAFTAR PUSTAKA

- Bowles, J.E. (1982). *Foundation Analysis and Design, Third Edition*, Tokyo: Macgraw-Hill International Book Company.
- Cook, R.D., Malkus,D.S., Plesha,M.E. (1989). *Concepts and Applications of Finite Element Analysis 3th edition*, New York: John Wiley and Sons.
- Hetenyi, M. (1974). *Beam on Elastic Foundation*, Michigan: An Arbor: The Univesity of Michigan Press.
- Teng, W.C. (1981). *Foundation Design*, New Delhi: Prentice Hall of India.

PENULIS:

Willis Diana✉

Program Studi Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Muhammadiyah Yogyakarta, Jalan