PENGHALUSAN DERAU PADA PENERIMAAN SINYAL VIDEO TELEVISI BERWARNA MENGGUNAKAN METODE *WAVELET*

Bledug Kusuma P.* Fathul Qodir* , Nurul Qhomariyah**

*Teknik Elektro FT Universitas Muhammadiyah Yogyakarta
Jalan Lingkar Barat Tamantirto Kasihan Bantul Yogyakarta 55183
Telp.0274-387656 ext.211
*Teknik Sipil FT Universitas Muhammadiyah Yogyakarta
Jalan Lingkar Barat Tamantirto Kasihan Bantul Yogyakarta 55183
Telp.0274-387656

ABSTRAK

Persoalan pemrosesan sinyal-sinyal yang dialihragamkan, dengan tujuan dapat dikonstruksikan kembali dengan kerugian minimal, adalah bagaimana mendapatkan kembali sinyal asli telah terkontaminasi derau (nois). Penelitian dilakukan untuk melihat sejauhmana transformasi wavelet dapat merekonstruksi sinyal asli yang telah terkontaminasi derau. Transformasi wavelet merupakan suatu metode analisis sinyal beresolusi ragam. Melakukan transformasi wavelet maju berarti mendekomposisikan sinyal kedalam suatu fungsi basis wavelet yang mempunyai karakteristik penskalaan dan translasi. Karena sifat-sifat tersebut maka transformasi wavelet dapat digunakan untuk mengamati perubahan frekuensi sinyal terhadap waktu dan masing-masing komponen frekuensi dapat diamati berdasar skala yang sesuai. Hasil penelitian menunjukkan bahwa analisis foto digital menggunakan metode wavelet, dalam hal ini transformasi wavelet diskrit (DWT), dapat memisahkan (separate) sejumlah noise pada gambar digital. Sehingga gambar digital yang dihasilkan akan mendekati gambar originalnya.

Kata kunci: *Transformasi wavelet, rekonstruksi sinyal*

PENDAHULUAN

Kebutuhan fungsi-fungsi matematika yang merepresentasikan fenomena sinyal - sinyal yang mempunyai sifat lokal semakin mendominasi pada penerapan tehnologi informasi. *Wavelet* adalah fungsi yang memenuhi persyaratan matematis tertentu dan digunakan untuk merepresentasikan sejumlah data atau fungsi lainnya. *Wavelet* dapat melakukan / mengkaji sifat lokal suatu sinyal.

Bila sinyal dilihat dengan ‘jendela’ besar, dapat teramati melihat sifat– sifat kasarnya, sebaliknya kalau dilihat dengan ‘jendela’ kecil akan terlihat sifat halusnya. Keadaan tersebut membuat wavelet lebih menarik dan berguna. Selama bertahun – tahun para ilmuwan menginginkan fungsi yang lebih cocok dibandingkan fungsi sinus dan kosinus yang menghasilkan basis untuk analisis fourier untuk menghampiri sinyal berombak. Dari definisinya fungsi sinus dan cosinus tidak bersifat lokal dan merentang lebar.

Akibatnya hasilnya akan jelek untuk menghampiri fungsi dengan tonjokan tinggi. Dengan analisis *wavelet*, dapat digunakan fungsi hampiran yang lebih halus dalam domain yang bersesuaian. *Wavelet* lebih sesuai untuk menghampiri data dengan diskontinuitas tajam.

Salah satu penerapan utama metode *wavelet* adalah pemrosesan sinyal. Sinyal adalah barisan pengukuran numeris yang biasanya didapat secara elektronis. Dalam pemrosesannya, sinyal-sinyal tersebut dialihragamkan dengan tujuan dapat dikonstruksikan kembali dengan kerugian minimal. Sinyal biasanya juga terkontaminasi oleh derau acak. Persoalannya kemudian bagaimana mendapatkan sinyal murni dari pengamatan sebenarnya yang terkontaminasi? Hal terakhir adalah tujuan dari analisis regresi dalam statistik yaitu melicinkan titik-titik data nois untuk mendapatkan respon. Karena pemrosesan sinyal sekarang mendapat alat baru yang cocok untuk menghilangkan nois dari sinyal yang tidak hanya cocok untuk sinyal licin, tetapi juga dengan pemampatan tiba-tiba keruncingan yang tajam dan ketidakteraturan dari yang lain.

Transformasi *wavelet* merupakan suatu metode analisis sinyal beresolusi ragam. Melakukan transformasi *wavelet* maju berarti mendekomposisikan sinyal kedalam suatu fungsi basis *wavelet* yang mempunyai karakteristik penskalaan dan translasi. Karena sifat-sifat tersebut maka transformasi *wavelet* dapat digunakan untuk mengamati perubahan frekuensi sinyal terhadap waktu dan masing-masing komponen frekuensi dapat diamati berdasar skala yang sesuai.

Selanjutnya diperlukan penelitian untuk mengetahui sejauh mana metode *wavelet* meminimalisasi derau sinyal video televisi berwarna.

Konsep-konsep dasar tentang analisis runtun waktu dapat ditemukan dalam Cryer(1986), Soejoeti (1987), Wei(1989), Box-Jenjins (1976) dan Brockwell-Davis(1990). Sedang pemodelan runtun waktu untuk proses stationer dapat dilihat dalam dalhaus(1997).Percival dan Walden (2000) telah memaparkan metode-metode *wavelet* untuk analisis runtun waktu. Transformasi *wavelet* diskrit order kedua suatu proses random dibahas oleh Houdre(1998) dilanjutkan dengan pembahasan tentang sifat-sifat transformasi *wavelet* kontinu dan trasformasi *wavelet* kontinu order kedua suatu proses random.

Untuk gambaran tentang spectral dan estimasi dari proses stasioner wavelet sudah dibahas oleh Von Sachs(1996). Sedang ide dari penggunaan dari wavelet dalam penghalusan log-periodegram sudah dikemukakan oleh Donoho (1992), dan penghalusan otomatis log-periodegram sudah diteliti oleh Wahba(1980).metode-metode tentang penyusutan *wavelet* dapat dilihat pada Gao(1997).

Wavelet

Deret Fourier yaitu: $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \left[a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx) \right]$ nilai j terletak antara 1 dan ∞,atau 1<j<∞. Padahal dalam prakteknya, ada k, sehingga 1<j<k jadi $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \left[a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx) \right]$, koefisien a_j dan b_j masih besar, sehingga galat atau kesalahannya besar. Kelemahan ini dapat dihilangkan dengan metode *wavelet*. Galat atau kesalahan dengan metode *wavelet* yang besar hanya pada beberapa suku.

Konteks cara kerja *wavelet* dalam statistik, dapat kita lihat dari suatu contoh berikut. Misalnya kita akan mengirimkan suatu sinyal asli dengan fungsi f,

f : sinyal asli $\Rightarrow$ akan dikirim

sinyal disimpan dulu dalam Y = Af . Kemudian sinyal tersebut diubah kedalam bentuk f =A^{-1}Y. Tetapi dalam kenyataannya,pengiriman sinyal itu akan mendapat gangguan-gangguan (*noise*) seperti angin dan sebagainya.yaitu $\widetilde{Y} = Af + \varepsilon$, dimana ε = *nois*e. Dan perubahannya menjadi $A^{-1}\widetilde{Y} = f + A^{-1}\varepsilon$

Dari sini disimpulkan bahwa dekomposisi fungsi dalam *wavelet* berkaitan erat dengan dekomposisi fungsi dalam deret fourier yang mempunyai sifat basis orthogonal, oleh karena itu dekomposisi *wavelet* merupakan generalisasi dari deret fourier.perluasan analisis fourier ke analisis *wavelet* dapat dimulai *wavelet* yang sederhana yaitu basis Haar. Selanjutnya dikembangkan dalam *wavelet* secara umum dengan menggan basis *wavelet*nya

Deret Fourier

Suatu fungsi f dapat didekati dengan deret Fourier, jika fungsi f terintegral kuadrat dalam interval $[-\pi, \pi]$, atau $f \in L^2[-\pi, \pi]$ dimana $f \in L^2[-\pi, \pi]$, jika : $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)dx < \infty$ dan f(x) dapat dinyatakan sebagai jumlahan tak hingga dari dilatasi fungsi cos dan sin, yaitu : $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \left[a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx) \right]$………. (1). Dengan koefisien Fourier adalah $a_j = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(jx)dx$ dan $b_j = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(jx)dx$

Tanda”=” dalam (1) berarti:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left[f(x) - \left(\frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \left[a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx) \right] \right) \right]^2 dx = 0$$

Jumlahan dalam (1) merupakan jumlahan sampai tak hingga, tetapi suatu fungsi dapat didekati atau dihampiri dengan baik (dalam L^2) oleh suatu jumlahan berhingga dengan limit batas atasnya adalah J, yaitu $S_j(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \left[a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx)\right]$. Akan dicari nilai J agar f(x) ≈ S_j, artinya f(x) cukup baik didekati dengan S_j.

Deret Fourier yang digunakan dalam sembarangan fungsi di L^2 dapat ditulis kedalam bentuk fungsi Building Block yaitu sin dan cos. Himpunan fungsi { sin(j.), cos(j.), j=1,2,….} masing-masing merupakan fungsi konstan, yaitu bentuk suatu basis dalam fungsi $L^2\left[-\pi, \pi\right]$.

Estimator fungsi f(x) adalah $\hat{f}(x) = \frac{\hat{a}_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \left[\hat{a}_j \cos(jx) + \hat{b}_j \sin(jx)\right]$ dengan estimator koefisien Fourier adalah $\hat{a}_j = \frac{1}{n\pi} \sum_{i=1}^{n} \cos(jx_i),\ j = 0,1,....,J$ dan $\hat{b}_j = \frac{1}{n\pi} \sum_{i=1}^{n} \sin(jx_i),\ j = 1,2,....,J$. Relatifitas kehalusan pendekatan dikontrol oleh pemilihan batasan atas jumlahan. Nilai J yang kecil menghasilkan estimator relative halus dan jika J lebih besar memberikan estimator yang lebih berayun.

Transformasi Fourier

Transformasi fungsi kedalam komponen wavelet sama halnya dengan mentransformasi fungsi kedalam komponen fourier. Oleh karena itu, pengenalan wavelet dimulai dengan mendiskusikan transformasi deret Fourier. Dalam hal ini hanya akan didiskusikan fungsi dalam interval $\left[-\pi, \pi\right]$.

Karena untuk sembarang $f \in L^2\left[-\pi, \pi\right]$ dapat dinyatakan sebagai deret Fourier $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \left[a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx)\right]$ dengan koefisien Fourier adalah : $a_j = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(jx) dx$ dan $b_j = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(jx) dx$, maka dengan menggunakan rumus Euler e^{iw} = cos w + i sin w, diperoleh :

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \left[a_j \left(e^{ijx} + e^{-ijx}\right) + -ib_j \left(e^{ijx} - e^{-ijx}\right)\right]$$

$$= \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \left[\left(a_j - ib_j\right)e^{ijx} + \left(a_j + ib_j\right)e^{-ijx}\right]$$

Dengan menyusun koefisien baru, yaitu :

$$p_0 = \frac{a_0}{2},\ p_j = \frac{1}{2}(a_j - ib_j),\ j = 1,2,....,\ p_{-j} = \frac{1}{2}(a_j + ib_j),\ j = 1,2,...$$

Maka $f(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} p_j e^{ijx}$ dengan $p_j = \frac{1}{2\pi}\int_0^2 f(x)e^{-ijx}dx$

Transformasi Fourier dari $f \in L^2(R)$ adalah fungsi dengan frekuensi w yang didefinisikan sebagai : $f*(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-iwx}dx$ untuk $w \in R$.

Transformasi Fourier memberikan informasi tentang kandungan frekuensi dari fungsi f pada seluruh kemungkinan frekuensi. Fungsi awal dapat dinyatakan dalam transformasi Fourier dengan invers transformasi Fourier, yaitu:

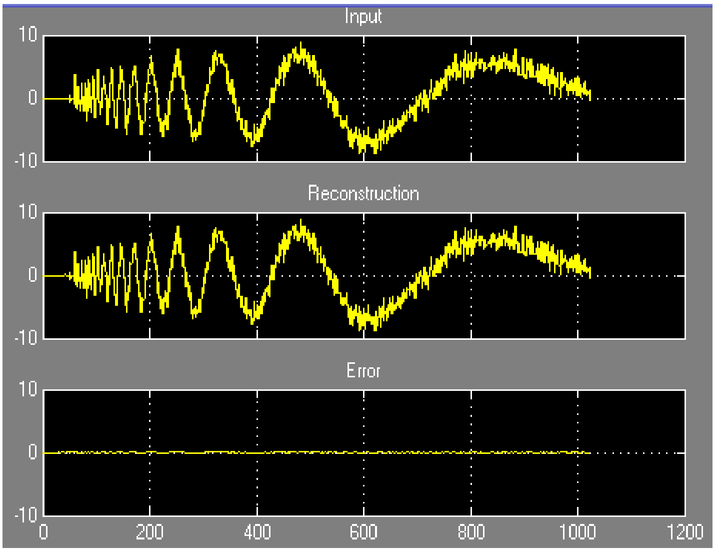
$$f*(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f^*(w)e^{-iwx}dw$$

METODOLOGI PENELITIAN

Fungsi Haar adalah suatu fungsi dengan bentuk:

$$\Psi(\mathrm{x}) = \begin{cases} 1,\ 0 \le \mathrm{x} < 1/2 \\ -1,\ 1/2 \le \mathrm{x} < 1 \\ 0,\ \text{x yang lain} \end{cases} \qquad (1)$$

Fungsi Haar (1) dinamakan wavelet induk (mother wavelet) dari Haar, yang selanjutnya disingkat wavelet Haar. Wavelet induk melahirkan seluruh keluarga wavelet dengan dua operasi yaitu dilatasi diadik dan translasi integer, yaitu $\psi_{j.k}$ (x) = $(p2^j)^{1/2}$ $\psi(p2^j x\text{-}k)$, untuk suatu skalar p>0, dan tanpa mengurangi keumuman dapat diambil p=1, sehingga $\psi_{j.k}$ (x) = $(p2^j)^{1/2}$ $\psi(p2^j x\text{-}k)$. Kemudian Daubechies (1992) mengembangkan wavelet Haar menjadi wavelet Daubechies, wavelet simetris an coiflet. Visualisasi wavelet-wavelet tersebut (dimensi satu) adalah sebagai berikut:



Gambar 1. Rekonstruksi Sinyal dengan *Wavelet* 1 Dimensi (wavelet 1-D)

Analisis multiresolusi dari $L^2(R)$ adalah ruang bagian tertutup $\{V_j, j \in Z\}$ yang memenuhi sifat:

1. $\ldots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \ldots$
2. $\cap_{j\in Z} V_j = \{0\}$, $\overline{\cup_{j\in Z} V_j} = L^2(R)$
3. $f \in V_j \Leftrightarrow f(2.) \in V_{j+1}$
4. $f \in V_0 \Rightarrow f(.-k) \in V_0 \ \forall k \in Z$.
5. Ada fungsi $\phi \in V_0 \ni \{\phi_{0,k} = \phi\ (.-k),\ k \in Z\}$ membentuk basis ortonormal untuk V_0.

Jika $\{V_j, j \in Z)$ suatu analisis multi resolusi dari $L^2(R)$, maka ada basis ortonormal untuk $L^2(R)$: $\psi_{j.k} = 2^{1/2}\ \psi(2^j\ x\text{-}k)$, j, k $\in Z$ sehingga :

$P^j\ f = P^{j-1}\ f + \sum_{k\in Z} < f, \Psi_{j-1} > \psi_{j\ 1\text{-}k}$ yaitu ψ_{jk} yang diturunkan dari

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_{k\in Z} (-1)^2\ c\ (-k+1)\ \phi\ (2k\ \text{-}k)$$

Jika ϕ fungsi skala yang membangun analisis multi resolusi dan $\psi(x) = \sum_{k\in Z} (-1)^2\ c\ (-k+1)\ \phi_{l.k}\ (x)$ maka untuk sembarang $f \in L^2(R)$ dapat didekomposisi dalam wavelet ortonormal yaitu:

$$f(x) = \sum_{k} c_{jo,k}\ \phi_{jo,k} + \sum_{j\geq jo} \sum_{k} d_{j.k}\ \psi_{j.k} \qquad (2)$$

dengan $c_{jo.k} = \langle f, \phi_{jo.k} \rangle$ dan $d_{j.k} = \langle f, \psi_{j.k} \rangle$.

Diberikan sekumpulan data independen $\{(X_i, Y_i)\}_{i=1}^{n}$, dengan n =2, m bilangan bulat positip dan suatu model $Y_i = f(X_i) + \varepsilon_i$. Jika X_i rancangan titik reguler pada ruang [0,1] dengan $X_i = i/n$, maka proyeksi f pada ruang V_j dapat ditulis $(P^j f)(x) = \sum_k c_{jo,k}\, \phi_{jo,k}(x)$ dengan $c_{jo.k} = \langle f, \phi_{jo.k} \rangle = \int_0^1 f(x)\, \phi_{jk}(x)\, dx$. Karena fungsi regresi f tiak diketahui, maka estimator f pada ruang V_j dapat ditulis.

$$\hat{f}(x) = \sum_k \hat{c}_{j,k}\, \phi_{j.k}(x) \text{ dengan } \hat{c}_{j.k} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i\, \phi_{j.k}(X_i) \text{ atau}$$

$$\hat{f}(x) = \sum_k \hat{c}_{j,k}\, \phi_{jo.k}(x) + + \sum_{j=jo}^{J-1}\sum_k \hat{d}_{j.k}\, \psi_{j.k}(x), \qquad (3)$$

dengan $\hat{c}_{jo.k} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i\, \phi_{jo.k}(X_i)$ dan $\hat{d}_{j.k} = = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i\, \psi_{j.k}(X_i)$.

Jika diberikan data $\{(X_i, Y_i)\}_{i=1}^{n}$ dengan model $Y_i = f(X_i) + \varepsilon_i$, $n = 2^m$ dan $X_i = i/n$ maka $Y_i \sim N(f(i/n), \sigma^2)$.

Selanjutnya, $\sqrt{n}(\hat{d}_{j.k} - d_{j.k}) \sim N(0;\sigma^2)$ atau $\hat{d}_{j.k} = d_{j.k} + (1/\sqrt{n})\, Z_{j.k}$ dengan $Z_{j,k}$ adalah n himpunan yang tak teramati berdistribusi $N(0; \sigma^2)$. Jadi koefisien wavelet empiris $\hat{d}_{j.k}$ memuat sejumlah noise, dan hanya relatif sedikit yang memuat signal signifikan. Oleh karena itu, dapat direkonstruksi wavelet dengan menggunakan sejumlah koefisien terbesar. Dengan ide demikian, timbul metode yang menekankan rekonstruksi wavelet dengan menggunakan sejumlah koefisien *wavelet* terbesar, yaitu hanya koefisien yang lebih besar dari suatu nilai tertentu saja yang diambil, sedangkan koefisien yang selebihnya diabaikan (dianggap 0). Nilaia tertentu ii dinamakan threshold (nilai ambang) dan estimator *wavelet*nya dinamakan estimator *wavelet* thresholding atau estimator wavelet non linier. Jika diberikan nilai threshold λ, maka estimator thresholding dari regresi f dapat ditulis sebagai:

$$\hat{f}(x) = \sum_k \hat{c}_{jo,k}\, \phi_{jo.k}(x) + + \sum_{j \ge jo}^{J-1}\sum_{k=0}^{2^j-1} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\, \partial_\lambda\left(\frac{\sqrt{n}d_{j.k}}{\sigma}\right)\psi_{j.k}(x), \qquad (4)$$

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Representasi fungsi dalam wavelet 2-D. Dalam analisis citra digunakan wevelet 2 dimensi (wavelet 2-D) yang merupakan pengembangan wavelet 1-D. Keluarga wavelet 2-D dapat dikontruksi dari wavelet 1-D yaitu dengan mengambil hasil kali tensor dari wavelet 1-D horisontal dan wavelet 1-D vertikal. Keluarga wavelet 2-D terdiri dari 4 macam yaitu 1 wavelet bapak dan 3 wavelet ibu. Wavelet-wavelet tersebut adalah sebagai berikut:

1. $\phi(x,y) = \phi_h(x) \times \phi_v(y)$ = Phi horisontal x Phi vertikal
2. $\psi^v(x,y) = \psi_h(x) \times \phi_v(y)$ = Phi horisontal x Phi vertikal
3. $\psi^h(x,y) = \phi_h(x) \times \psi_v(y)$ = Phi horisontal x Phi vertikal
4. $\psi^d(x,y) = \psi_h(x) \times \psi_v(y)$ = Phi horisontal x Phi vertikal

Berikut ini beberapa contoh gambar asli 2-D.

Gambar 2. Gambar asli 2 dimensi (2-D)

Representasi fungsi dua dimensi F(x,y) dalam wavelet 2-D, merupakan generalisasi representasi fungsi dalam wavelet 1-D, yaitu:

$$F(x,y) = \sum_{m.n} S_{J.m.n}\,{}_{J.m.n}(x,y) + \sum_{j=1}^{J}\sum_{m.n} d^{v}{}_{j.m.n}\Psi^{v}{}_{j.m.n}(x,y) + \sum_{j=1}^{J}\sum_{m.n} d^{h}{}_{j.m.n}\Psi^{h}{}_{j.m.n}(x,y)$$
$$+ \sum_{j=1}^{J}\sum_{m.n} d^{d}{}_{j.m.n}\Psi^{d}{}_{j.m.n}(x,y), \qquad (5)$$

dengan fungsi wavelet:

$\phi_{J.m.n}(x,y) = 2^J\phi(2^{1/2}x\ m, 2^{J/2}y\text{-}n)$, $\psi^x{}_{J.m.n}(x,y) = 2^J\ \psi^v(2^{J/2}\ x\ m, 2^{J/2}\ y\text{-}n)$,

$\psi_{J.m.n}(x,y) = 2^J \psi^h(2^{1/2}x\text{-}m, 2^{J/2}y\text{-}n)$, $\psi^d_{J.m.n}(x,y) = 2^J \psi^d(2^{J/2} x\text{-}m, 2^{J/2} y\text{-}n)$,

dan koefisien wavelet (DWT):

$$S_{J.m.n} = \int\int \phi_{J.m.n}(x,y) F(x,y)\, dxdy,\ d^v_{J.m.n} = \int\int \psi_{J.m.n}(x,y) F(x,y)\, dxdy,$$
$$d^h_{J.m.n} = \int\int \psi^h_{J.m.n}(x,y) F(x,y)\, dxdy,\ d^v_{J.m.n} = \int\int \psi^d_{J.m.n}(x,y) F(x,y)\, dxdy.$$

Koefisien wavelet atau disebut juga transformasi wavelet diskrit (DWT) 2-d berguna untuk menghitung koefisien wavelet 2-D dari mxn citra diskrit $F_{m.n.}$

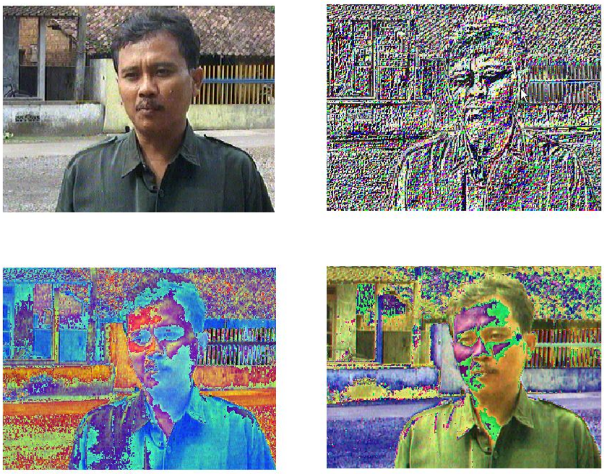
Analisis Citra Foto Digital Menggunakan Transformasi Wavelet Diskrit.

Salah satu aplikasi transformasi wavalet diskrit dalam analisis citra adalah untuk menganalisis citra foto digital. Analisis ini untuk menentukan foto digital, jika gambar yang diterima melalui suatu media telah terjadi penyimpangan. Keefektifan/kebaikan analisis dapat dilihat secara visualisasi maupun dari besarnya MSE.

Secara fisik, dapat dilihat dari kemiripan antara gambar aslinya dengan gambar hasil rekonstruksi menggunakan metode wavelet. Semakin mirip gambar hasil rekonstruksi dengan gambar aslinya semakin baik analisisnya. Sedangkan jika keefektifan dilihat dari besarnya MSE maka semakin kecil MSE nya semakin bagus gambarnya. Artinya semakin efektif metode untuk analisis gambarnya.

Biasanya untuk membedakan gambar secara visual yang benar-benar akurat diperlukan monitor/pencetak dengan resolusi tinggi. Dalam pengiriman gambar, biasanya gambar asli tidak diketahui, karena yang ditangkap hanya gambar yang telah terjadi penyimpangan. Jadi tidak dapat membandingkan gambar hasil analisis dengan gambar aslinya, sehingga gambar mana yang terbaik dari kedua metode tidak dapat ditentukan secara visual. Jadi akan sangat membantu jika digunakan MSE sebagai penentuan gambar terbaik.

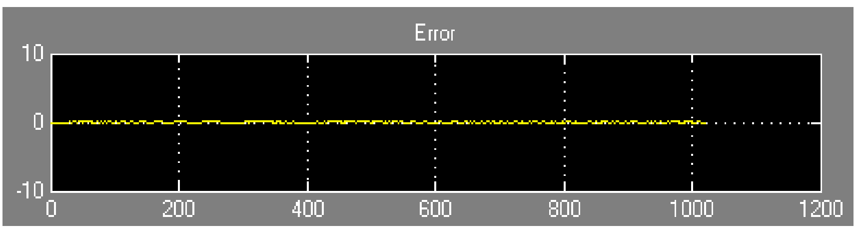
Didefinisikan fungsi konsentrasi energi vektor $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^t$ adalah $E_x(K) = \dfrac{\sum_{i=1}^{K} x_{(i)}^2}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$ dimana $x_{(i)}$ merupakan nilai terbesar ke i dalam x. Karena transformasi bersifat ortogonal maka MSE dari rekontruksi citra didasarkan pada K koefisien terbesar diberikan oleh $E_x(K)$.



Gambar 3. Gambar hasil rekonstruksi (Denoised)

Berikut diberikan simulasi analisis citra foto digital dengan metode waveley, transformasi wavelet diskrit (DWT). Diberikan gambar foto digital (lihat gambar 2). Apabila gambar tersebut terjadi penyimpangan (noise), dapat dilakukan denoised foto digital tersebut dengan metode transformasi wavelet diskrit. Untuk program simulasi yang menggunakan software Matlab, dapat dilihat pada lampiran.

Selanjutnya gambar tersebut dianalisis yaitu dicari gambar terbaik yang mirip dengan Gambar 2. Gambar 3 memperlihatkan hasil denoised dari gambar 5 menggunakan metode wavelet (program m.file untuk denoised dibuat menggunakan wavelet Daubechies). Sedangkan residu analisis foto digital menggunakan metode wavelet (gambar 4) merupakan sejumlah noise yang menyebabkan penyimpangan foto digital yang dihasilkan.



Gambar 4. Residu dari proses rekonstruksi

KESIMPULAN

Dari hasil pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa analisis foto digital menggunakan metode wavelet, dalam hal ini transformasi wavelet diskrit (DWT), dapat memisahkan (separate) sejumlah noise pada gambar digital. Sehingga gambar digital yang dihasilkan akan mendekati gambar originalnya.

Agar diperoleh hasil visual yang optimal dan meyakinkan perlu ditunjang peralatan yang memadai, yaitu dengan monitor dan alat pencetak yang mempunyai resolusi tinggi. Disamping itu, diperlukan rekonstruksi lain yang menggunakan wavelet jenis yang berbeda agar dapat dibandingkan hasil yang diperoleh.

DAFTAR PUSTAKA

Daubechies, I., 1992, “*Ten Lectures on Waveles”,* Capital City Press, Philadelpia.

Donoho, D.L., Johnstone, I.M., Kerkyacharian, G. and Picard, D. ,1996,”*Density Estimation by Wavelet Thresholding”*, The Annals of Statistics, Vol. 24, No. 2,508-539.

Eubank, R.L.,1988, “*Spline Smoothing and Nonparametric Regrission”,* Marcel Dekker. Inc, New York.