

# ANALISIS PARAMETER KECEPATAN TEORITIK DAN NILAI BEDA FASE GELOMBANG RAYLEIGH LAPISAN ASPAL PERKERASAN JALAN BERDASARKAN TEORI PERAMBATAN GELOMBANG PADA MEDIA YANG HOMOGEN DAN ISOTROPIK

Sri Atmaja P. Rosyidi

Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Muhammadiyah Yogyakarta  
Jl. Lingkar Barat, Tamantirto, Bantul Yogyakarta 55183  
Telp. 0274-387656 ext 229

## ABSTRACT

*The Rayleigh wave is one of seismic waves which generated from the natural and artificial mechanical source in the earth or place on the subsurface, such as landslide, earthquake, explosion, traffic vibration, machine works, etc. The Rayleigh wave in a possible stratified of homogeneous media is a linear combination of Primary (P) and Vertically Shear (SV) waves, which satisfied the equations of elasticity with zero body forces and zero traction on the boundary of a half-space media. In the case of a homogeneous isotropic half-space there is a unique mode of the Rayleigh waves which propagates without being sustained by any sources or external loads. Almost 70 % of wave energy generated from the mechanical sources is the Rayleigh wave energy. Therefore, it is a potential characteristic of Rayleigh wave that is able to be used in engineering purposes. One of them is a spectrum analysis that is applied in transportation engineering in order to control the quality of asphaltic material. The aim of this paper is to predict the Rayleigh wave velocity parameters and phase different value of asphaltic layer based on a fundamental theory of Rayleigh wave propagation in a homogeneous isotropic. The results have been shown that the phase different value in homogenous isotropic media is strongly influenced by field spacing of wave measurement. The Rayleigh wave velocity parameters were easier obtained using the simple equation considering to various Poisson value.*

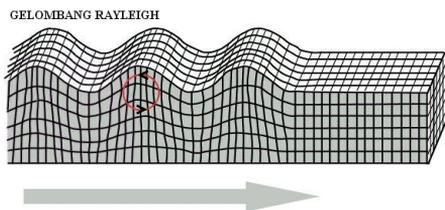
**Keywords:** *Rayleigh wave parameters, phase different, asphaltic layer, homogeneous, isotropic*

## PENDAHULUAN

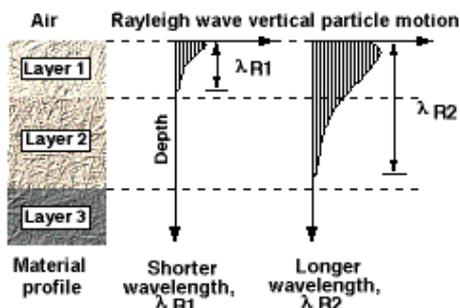
Gelombang permukaan Rayleigh (gelombang R) merupakan salah satu gelombang seismik yang dihasilkan dari suatu sumber pergerakan mekanik baik yang terjadi secara alamiah maupun buatan, seperti longsor tanah, gempa bumi, ledakan, getaran lalu lintas, getaran akibat mesin berat dan lain sebagainya. Hampir 70 % energi perambatan yang dihasilkan oleh sumber mekanik gelombang merupakan energi gelombang R (Richart et al., 1970). Potensi tersebut yang menjadi dasar dibangunnya suatu teknik analisis spektrum yang memanfaatkan gelombang Rayleigh untuk mengkaji sifat-sifat material yang terkait pengawasan kualitas bahan. Penggunaan teknik gelombang pada kontrol kualitas bahan dan struktur telah digunakan secara meluas oleh banyak peneliti yang dapat dilihat secara lengkap dalam Nayan et al. (2003). Salah satu aspek yang penting dalam analisis spektrum gelombang Rayleigh adalah ketepatan analisis dalam penentuan mode perambatan gelombang. Fenomena ini terjadi karena dalam spektrum gelombang yang ditampilkan adalah bahwa seluruh mode gelombang baik gelombang tubuh maupun gelombang permukaan akan bercampur menjadi satu. Dengan demikian diperlukan suatu analisis teori untuk memastikan bahwa mode gelombang yang dipilih dalam spektrum merupakan mode gelombang R. Berdasarkan kepentingan itu, studi ini bertujuan untuk memprediksi parameter kecepatan teoritik dan nilai beda fase gelombang Rayleigh sebagai acuan penentuan mode gelombang berdasarkan dasar teori perambatan gelombang Rayleigh dengan mengambil perhatian kajian pada media lapisan aspal yang homogen isotropis dan tak terbatas dari suatu perkerasan lentur jalan raya.

Penggunaan gelombang seismik yang merambat secara mekanis dalam media dibedakan menjadi dua macam yaitu gelombang badan (gelombang Primer dan gelombang Sekunder) dan gelombang permukaan (gelombang Rayleigh dan gelombang Love). Pada media yang homogen dan tidak terbatas (*half-space*), gelombang R tersusun melalui kombinasi linier gelombang Primer (gelombang P) dan komponen vertikal gelombang sekunder (gelombang SV). Komponen partikel gelombang R (komponen horisontal gelombang P dan komponen horizontal gelombang S) selanjutnya bergabung dan membentuk kombinasi bentuk perambatan gelombang R yang elips retrogis (*retrogressive ellips*) yang radiasi perambatannya hanya berada pada wilayah yang dekat dengan permukaan (subsurface). Bentuk dan arah perambatannya secara skematis dijelaskan pada Gambar 1. Energi dari suatu sumber gelombang permukaan R akan bergerak sepanjang permukaan dan amplitudonya akan berkurang secara cepat sesuai kedalaman. Pada media yang homogen, kecepatan gelombang R tidak dipengaruhi oleh frekuensi gelombang yang dihasilkan sehingga kecepatan gelombang akan bersifat tetap. Hal ini berbeda apabila gelombang R merambat pada media berlapis dengan masing-masing lapisan memiliki nilai kekakuan material (*stiffness*) yang berbeda. Pergerakan gelombang R pada media berlapis akan berlaku secara menyebar (*dispersion*) yang merupakan suatu fenomena dari fungsi kecepatan gelombang terhadap panjang gelombang dan frekuensinya. Sifat penetrasi

gelombangnya pada suatu media juga dipengaruhi oleh panjang gelombang dan frekuensi. Gambar 2 menjelaskan bahwa panjang gelombang pendek dengan frekuensi tinggi hanya merambat pada permukaan yang dangkal, sedangkan gelombang yang lebih panjang dengan frekuensi rendah dapat merambat lebih dalam. Perilaku ini dipelajari pertama kalinya oleh Lord Rayleigh pada 1885, Penggunaan gelombang permukaan pertama kali untuk pengukuran sifat-sifat tanah dilakukan oleh *Germany Society of Soil Mechanic* sebelum perang dunia II berlangsung. Penelitian berkait dengan pengamatan reaksi struktur fondasi terhadap getaran dalam keadaan yang stabil. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa terdapat sifat non-linier dalam tanah terhadap getaran yang dibangkitkan. Selanjutnya perkembangannya dalam bidang geoteknik dimulai oleh Terzaghi (1943) dan Hvorslev (1949) dengan menyatakan prinsip-prinsip kerja gelombang permukaan.



Sumber : Bolt (1977)



Sumber : Rosyidi, et al (2000)

Gambar 1. Gelombang Seismik

Gambar 2. Karakteristik gelombang R

Ewing et al. (1957) menjelaskan bahwa untuk menurunkan persamaan pergerakan partikel perlu mempertimbangkan keseimbangan gaya-gaya yang saling bersilangan pada suatu elemen volume yang berupa komponen tegangan dan gaya tubuh pada sumbu-sumbu imajiner X, Y dan Z yang mana memiliki fungsi proposional terhadap massa elemen volume tersebut. Penjumlahan dari seluruh gaya pada setiap arah sumbu X dapat dituliskan sebagai berikut (Richart et al., 1970; Das, 1993) :

$$\left( P_{xx} + \frac{\partial P_{xx}}{\partial x} \Delta x - P_{xx} \right) \Delta y \cdot \Delta z \quad (1)$$

$$\left( P_{yx} + \frac{\partial P_{yx}}{\partial y} \Delta y - P_{yx} \right) \Delta z \cdot \Delta x \quad (2)$$

$$\left( P_{ZX} + \frac{\partial P_{ZX}}{\partial z} \Delta z - P_{ZX} \right) \Delta x \cdot \Delta y \quad (3)$$

Persamaan (1), (2) dan (3) di atas juga berlaku untuk sumbu Y dan Z. Selanjutnya tegangan pada setiap muka elemen diwakilkan pada suatu bentuk set vektor ortogonal. Untuk memudahkan dalam analisis model, seluruh komponen gaya diberikan dalam notasi hubungan tegangan dan regangan dalam kerangka hukum keseimbangan tegangan kepada model elemen volume dalam sistem koordinat kartesian (Ewing et al., 1957). Tegangan yang bekerja melalui setiap pusat permukaan elemen pada arah normal ( $\sigma$ ) dan geser ( $\tau$ ). Keseluruhan tegangan yang terjadi akan menghasilkan regangan yang dinyatakan dalam perpindahan partikel  $u$ ,  $v$  dan  $w$  pada X, Y dan Z. Dalam Richart et al. (1970) dituliskan bahwa jumlah gaya yang bekerja searah pada tiap sumbu utama merupakan persamaan keseimbangan translasi elemen diperoleh dari keseimbangan antara gaya luar dan gaya dalam (*internal forces*) elemen dan ditulis sebagai persamaan :

$$\begin{aligned} & \left( \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dy dz - \sigma_x dy dz + \left( \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \right) dx dz - \tau_{xy} dx dz + \\ & \left( \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} dz \right) dx dy - \tau_{xz} dx dy = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Persamaan di atas menjelaskan adanya keseimbangan statik pada elemen padat (*solid*) yang bekerja kepada sumbu  $x$ . Apabila jumlah gaya yang berlaku pada suatu sistem elemen adalah nol maka nilai momentum linear dan momentum sudut bersifat kekal dan konstan (Norwood, 1979). Selanjutnya Persamaan (4) dapat disederhanakan dan dengan cara yang sama dituliskan untuk sumbu  $y$  dan  $z$  sebagai :

$$\left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dx dy dz = 0 \quad (5)$$

$$\left( \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) dx dy dz = 0 \quad (6)$$

$$\left( \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) dx dy dz = 0 \quad (7)$$

Terkait dengan persamaan gerak pada sistem partikel, perlu disubstitusikan hukum kedua Newton dalam konsep hubungan linier terhadap persamaan (5), (6) dan (7) sehingga ketiga persamaan tersebut dapat dinyatakan sebagai:

$$\left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dx dy dz = m a \quad (8)$$

Dengan mensubstitusikan nilai  $m$  (=massa elemen) adalah  $\rho$  ( $dx$   $dy$   $dz$ ), dan  $a$  (= percepatan/akselerasi) merupakan persamaan turunan kedua dari fungsi perpindahan, selanjutnya Persamaan (8) dapat ditulis sebagai :

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \quad (9)$$

dan untuk persamaan gerak pada sumbu  $y$  dan  $z$  dapat dituliskan :

$$\rho \left( \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) = \left( \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \quad (10)$$

$$\rho \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) = \left( \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) \quad (11)$$

Untuk memasukkan variabel tegangan dan regangan sebagai dasar pengembangan persamaan gerak pada bahan elastik dapat dilakukan dengan pendekatan hukum *Hooke* sebagaimana dirumuskan dalam Ewing et al. (1957), Kolsky (1963), Richart et al. (1970) dan Timoshenko et al. (1982) sebagai :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} = c_{11}\epsilon_{xx} + c_{12}\epsilon_{yy} + c_{13}\epsilon_{zz} + c_{14}\gamma_{yz} + c_{15}\gamma_{zx} + c_{16}\gamma_{xy} \\ \sigma_{yy} = c_{21}\epsilon_{xx} + c_{22}\epsilon_{yy} + c_{23}\epsilon_{zz} + c_{24}\gamma_{yz} + c_{25}\gamma_{zx} + c_{26}\gamma_{xy} \\ \sigma_{zz} = c_{31}\epsilon_{xx} + c_{32}\epsilon_{yy} + c_{33}\epsilon_{zz} + c_{34}\gamma_{yz} + c_{35}\gamma_{zx} + c_{36}\gamma_{xy} \\ \tau_{yx} = c_{41}\epsilon_{xx} + c_{42}\epsilon_{yy} + c_{43}\epsilon_{zz} + c_{44}\gamma_{yz} + c_{45}\gamma_{zx} + c_{46}\gamma_{xy} \\ \tau_{zx} = c_{51}\epsilon_{xx} + c_{52}\epsilon_{yy} + c_{53}\epsilon_{zz} + c_{54}\gamma_{yz} + c_{55}\gamma_{zx} + c_{56}\gamma_{xy} \\ \tau_{xy} = c_{61}\epsilon_{xx} + c_{62}\epsilon_{yy} + c_{63}\epsilon_{zz} + c_{64}\gamma_{yz} + c_{65}\gamma_{zx} + c_{66}\gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Untuk kondisi material yang padat dan isotropik maka koefisien hukum Hooke yang mewakili sifat sebagai hubungan konstanta *Lame* ( $\lambda$ ) dan modulus geser ( $G$ ) di atas yang digunakan adalah :

$$\begin{aligned} c_{12} = c_{13} = c_{21} = c_{23} = c_{31} = c_{32} &= \lambda \\ c_{44} = c_{55} = c_{66} &= G \\ c_{11} = c_{22} = c_{33} &= (\lambda + 2G) \end{aligned} \quad (13)$$

Selanjutnya, dari Persamaan (12) dan (13), hubungan antara nisbah Poisson ( $\mu$ ), pemalar *Lame* ( $\lambda$ ), modulus geser ( $G$ ), dilatasi kubus atau dikenal sebagai pengembangan volume ( $\bar{\epsilon}$ ) dan regangan setiap sumbu ( $\epsilon$ ) terhadap nilai tegangan ( $\sigma$  dan  $\tau$ ) dapat dirumuskan sebagai :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \bar{\epsilon} + 2G\epsilon_x & \tau_{xy} = \tau_{yx} &= G\gamma_{xy} \\ \sigma_y &= \lambda \bar{\epsilon} + 2G\epsilon_y & \tau_{yz} = \tau_{zy} &= G\gamma_{yz} \\ \sigma_z &= \lambda \bar{\epsilon} + 2G\epsilon_z & \tau_{zx} = \tau_{xz} &= G\gamma_{zx} \end{aligned} \quad (14)$$

dimana :

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad \text{dan} \quad \lambda = \frac{\mu E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \quad (15)$$

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \quad (16)$$

Melalui sifat elastik benda rigid dapat dirumuskan hubungan persamaan regangan dan sudut putaran ( $\varpi$ ) terhadap perpindahan partikel setiap sumbunya dalam koordinat kartesian (Timoshenko et al., 1982) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} & 2\varpi_x &= \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} & 2\varpi_x &= \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} & 2\varpi_x &= \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \end{aligned} \quad (17)$$

Dengan demikian substitusi variabel pada Persamaan (15) sehingga (17) kepada persamaan gerak sumbu  $x$  (Persamaan 9), akan diperoleh :

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x} + G \nabla^2 u \quad (18)$$

dimana  $\nabla^2 =$  operator *Laplacian* dalam koordinat kartesian, dengan cara yang sama dapat diturunkan dari persamaan sumbu  $y$  (10) dan sumbu  $z$  (11) :

$$\rho \left( \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial y} + G \nabla^2 v \quad (19)$$

$$\rho \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial z} + G \nabla^2 w \quad (20)$$

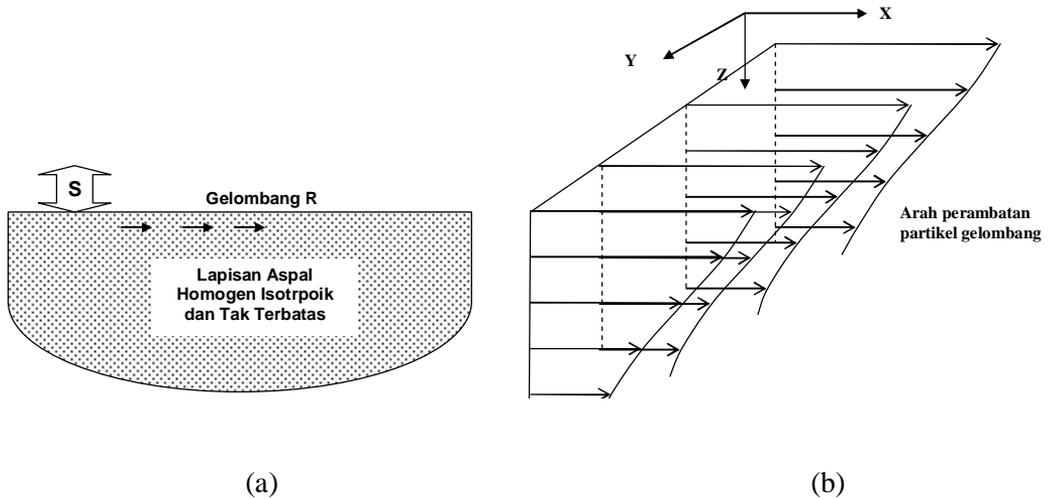
Persamaan (18), (19) dan (20) merupakan persamaan gerak gelombang pada media tak terhingga, homogenus, isotropi dan kenyal.

## METODOLOGI PENELITIAN

### Asumsi Pemodelan

Dalam studi ini, pembangunan model berdasarkan teori perambatan gelombang pada media yang homogen dan isotropik dilakukan melalui penurunan Persamaan (18), (19) dan (20). Input model numeris diasumsikan sebagai profil lapisan aspal dengan 2 sumbu pendekatan yaitu sumbu  $x$  sebagai arah perambatan horisontal gelombang  $R$  dan sumbu  $z$  sebagai arah vertikal (penetrasi) dengan kedalaman yang tidak dibatasi (Gambar 3.a). Sumber gelombang ( $S$ ) dalam bentuk

beban titik dengan muatan 1 satuan beban. Gelombang R sendiri dimodelkan sebagai gelombang berbentuk permukaan persegi (*plane wave*) dengan efek radiasi gelombang searah sumbu permukaan persegi (sumbu  $y$ ) tidak diperhitungkan sebagaimana diilustrasikan dalam Gambar 3.b.



Gambar 3. Model gelombang Rayleigh dalam media homogen isotropik (a) dan bentuk perambatannya dalam permukaan gelombang (b)

Untuk menurunkan persamaan perpindahan partikel gelombang (*displacement*) 3 sumbu (3 dimensi) pada suatu elemen padat, diasumsikan bahwa perpindahan partikelnya dalam bentuk potensial skalar ( $\Phi$ ) dan potensial vektor ( $\Psi$ ). Pendekatan ini merujuk pada Ewing et al. (1957) dan Aki & Richards (1980) yang menyatakan bahwa penggunaan fungsi potensial perpindahan digunakan sebagai pemisah antara pengaruh dilatasi dan perputaran dalam persamaan gerak 3 dimensi. Selanjutnya dalam mendapatkan persamaan kecepatan fase gelombang Rayleigh perlu asumsikan juga bahwa permukaan media sebagai arah positif permukaan sumbu  $x$ - $y$  dan sumbu  $z$  ditetapkan sebagai penunjuk arah positif untuk kedalaman (Gambar 3.a.).

### Penurunan Persamaan Numeris Pemodelan

Perpindahan partikel gelombang R yang merambat di permukaan media lapisan aspal kepada arah  $x$  and  $z$  dinyatakan dalam fungsi potensial secara terpisah sebagai :

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \tag{21}$$

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (22)$$

Untuk persamaan dilatasi arah  $x$ - $z$  ( $\bar{\epsilon}$ ) dan perputaran pada permukaan  $x$ - $y$  ( $\bar{\omega}_y$ ) dapat digantikan sebagai variabel  $u$  dan  $w$  yang ditulis sebagai :

$$\bar{\epsilon} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = \nabla^2 \Phi \quad (23)$$

$$2\bar{\omega}_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = \nabla^2 \Psi \quad (24)$$

dimana  $\nabla^2 =$  fungsi *Laplace (operator Laplacian)*. Persamaan gerak untuk arah  $x$  dan  $z$  (Persamaan 18 dan 20), dapat diturunkan kembali menggunakan substitusi fungsi potensial dan dilatasi sebagai berikut :

$$\rho \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \Phi^2}{\partial t^2} \right) + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \Psi^2}{\partial t^2} \right) = (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \Phi) + G \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \Psi) \quad (25)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \Phi^2}{\partial t^2} \right) - \rho \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \Psi^2}{\partial t^2} \right) = (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \Phi) - G \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \Psi) \quad (26)$$

Persamaan (25) dan (26) dapat diselesaikan apabila kedua-dua sisinya merupakan nilai yang sebanding, sehingga :

$$\left( \frac{\partial \Phi^2}{\partial t^2} \right) = V_P^2 \nabla^2 \Phi \quad (27)$$

$$\left( \frac{\partial \Psi^2}{\partial t^2} \right) = V_S^2 (\nabla^2 \Psi) \quad (28)$$

dimana diketahui bahwa Persamaan (27) dan (28) menunjukkan adanya parameter kecepatan gelombang P dan gelombang S serta terhadap modulus geser ( $G$ ) dan konstanta Lamé sebagai berikut (Richart et al., 1970). Persamaan di atas menjelaskan adanya hubungan di antara perpindahan partikel gelombang Rayleigh terhadap fungsi kecepatan gelombang primer ( $V_P$ ) dan geser/sekunder ( $V_S$ ), yang bergerak dalam suatu permukaan media secara horisontal. Gelombang R yang bergerak dianggap berbentuk sinus pada arah  $x$  secara positif, sehingga penyelesaian dari kedua fungsi potensial gelombang R ditulis :

$$\Phi = P_{(z)} e^{ik(V_P t - x)} \text{ dan } \Psi = Q_{(z)} e^{ik(V_S t - x)} \quad (29)$$

dimana amplitud merupakan fungsi eksponensial dari nomor gelombang ( $k$ ), waktu perambatan gelombang ( $t$ ) dan kecepatan fase atau gelombang R ( $V_r$ ). Dengan memasukkan persamaan gelombang harmonis di atas, selanjutnya Persamaan (27) dan (28) ditulis kembali sebagai :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (P_{(z)} e^{i(\omega t - kx)}) = V_P^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} P_{(z)} e^{i(\omega t - kx)} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} P_{(z)} e^{i(\omega t - kx)} \right) \quad (30)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (Q_{(z)} e^{i(\omega t - kx)}) = V_s^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} Q_{(z)} e^{i(\omega t - kx)} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} Q_{(z)} e^{i(\omega t - kx)} \right) \quad (31)$$

dimana  $\omega$  merupakan frekuensi sudut (dalam unit *rad/saat*) atau  $\omega = V_r k$ . Dengan melakukan turunan terhadap fungsi potensial kepada kedua-dua bagian, persamaan tersebut dapat diringkas menjadi :

$$-\omega^2 P_{(z)} = V_p^2 [P''_{(z)} - k^2 P_{(z)}] \quad (32)$$

$$-\omega^2 Q_{(z)} = V_s^2 [Q''_{(z)} - k^2 Q_{(z)}] \quad (33)$$

Persamaan di atas dapat diselesaikan dengan memberikan substitusi variabel gerak hubungan nomor gelombang terhadap kecepatan partikel gelombang P dan S, bahwa :

$$q^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{V_p^2} \quad \text{dan} \quad s^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{V_s^2} \quad (34)$$

dengan membagi Persamaan (34) kedua sisi dalam Persamaan (32) dan (33) serta memasukkan fungsi amplitudo sebagai bentuk bilangan imajiner dan riil, maka dapat dinyatakan fungsi potensial gelombang R sebagai :

$$P_{(z)} = A_1 e^{(-qz)} + B_1 e^{qz} \quad (35)$$

$$Q_{(z)} = A_2 e^{(-sz)} + B_2 e^{sz} \quad (36)$$

dimana nilai-nilai  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  dan  $B_2$  adalah konstan dan konstanta  $B_1$  dan  $B_2$  selanjutnya ditentukan sebagai nilai nol agar fungsi amplitudo gelombang tidak menjadi nilai tidak terbatas terhadap fungsi kedalaman. Selanjutnya Persamaan (29) dapat diturunkan dengan memasukkan fungsi amplitudo gelombang sebagai :

$$\Phi = A_1 e^{-qz + i(\omega t - kx)} \quad (37)$$

$$\Psi = A_2 e^{-sz + i(\omega t - kx)} \quad (38)$$

Kondisi tegangan dan regangan pada permukaan suatu media dihitung pada sumbu  $z = 0$  dimana  $\sigma_z = 0$ ,  $\tau_{zx} = 0$  dan  $\tau_{zy} = 0$ , yang selanjutnya memiliki bentuk hubungan :

$$\sigma_{z(z=0)} = \lambda \epsilon + 2G \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (39)$$

$$\tau_{zx(z=0)} = G \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \quad (40)$$

Setelah Persamaan (39) dan (40) diturunkan sebagai fungsi potensial daripada Persamaan (21) dan (22), fungsi dilatasi pada Persamaan (23) dan fungsi amplitudo dari Persamaan (37) dan (38) maka akan diperoleh :

$$(\lambda + 2G) q^2 - k^2 \lambda A_1 = 2 G i k s A_2 \quad (41)$$

$$2 i A_1 k q = -(s^2 + k^2) A_2 \quad (42)$$

Persamaan (41) dan (42) menjelaskan hubungan amplitudo gelombang dari kedua fungsi potensial dalam persamaan gerak gelombang Rayleigh, sehingga bila digabungkan kedua persamaan tersebut akan diperoleh bentuk sebagai :

$$16 \left( 1 - \frac{\omega^2}{V_s^2 k^2} \right) \left( 1 - \frac{\omega^2}{V_p^2 k^2} \right) = \left( 2 - \frac{\omega^2}{V_s^2 k^2} \right)^2 \left( 2 - \frac{\lambda + 2G}{G} \frac{\omega^2}{V_p^2 k^2} \right)^2 \quad (43)$$

Selanjutnya Persamaan (43) disubstitusikan dari fungsi  $V_r$  dan  $V_s$  dan fungsi  $V_s$  dan  $V_p$ , serta fungsi  $G$  dan  $\lambda$ , yang dinyatakan :

$$3 \left( \frac{V_r}{V_s} \right)^6 - 24 \left( \frac{V_r}{V_s} \right)^4 + 56 \left( \frac{V_r}{V_s} \right)^2 - 32 = 0 \quad (44)$$

$$\left( \frac{V_r}{V_s} \right)^6 - 8 \left( \frac{V_r}{V_s} \right)^4 + 24 \left( \frac{V_r}{V_s} \right)^2 - 16 = 0 \quad (45)$$

dimana :

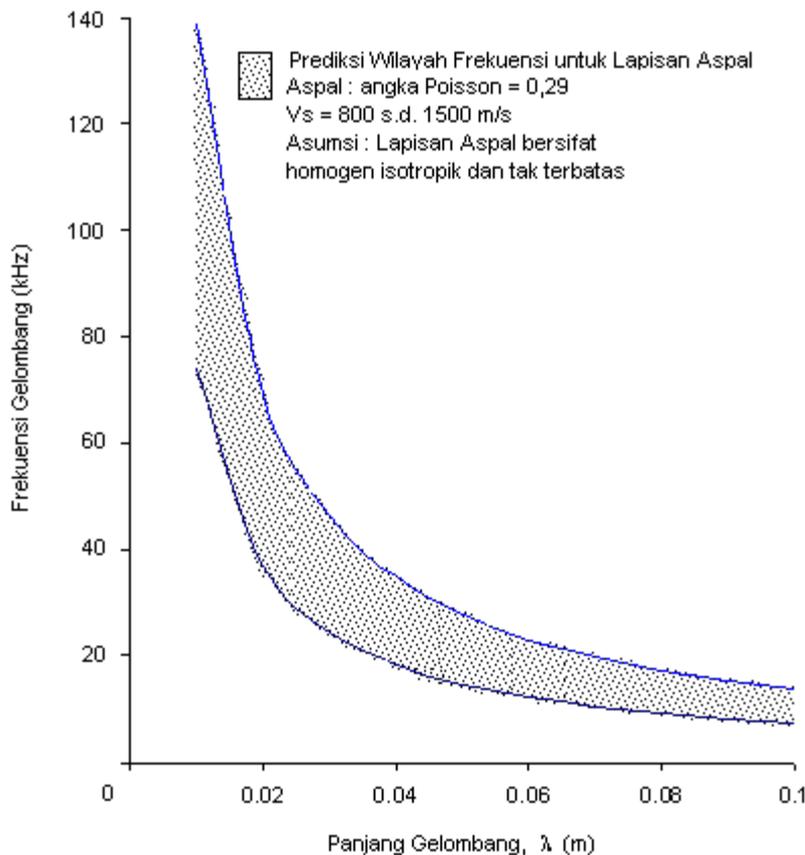
$V_r$  : kecepatan gelombang R dalam m/s (variabel yang dicari dalam persamaan)

$V_s$  : kecepatan gelombang S untuk lapisan aspal berkisar 800 – 1500 m/s, dan untuk lapisan aspal yang sangat bagus dapat mencapai 1500 – 2000 m/s.

Persamaan (44) dan (45) adalah turunan akhir kecepatan gelombang R pada media lapisan aspal yang homogeneus, elastik dan isotropis. Kedua persamaan tersebut merupakan persamaan batas kecepatan gelombang pada angka Poisson masing-masing 0,25 dan 0,5.

Untuk lapisan aspal, sifat tegangan pada materialnya dipengaruhi oleh angka Poisson yang nilainya bervariasi bergantung dari suhu lapisan permukaan. Hal ini disebabkan sifat viskositas bahan pengikat aspal yang dipengaruhi oleh suhunya, dengan demikian, elastisitas lapisan aspal menjadi bersifat termoelastik. Untuk menyederhanakan tinjauan terhadap sifat termoelastik ini digunakan wilayah angka Poisson yang nyata sebagai disebutkan oleh Nair, et al. (1972) sebagai 0,25 sehingga 0,5 untuk tinjauan suhu pada 39 - 140° F. Meskipun demikian, dari studi empiris yang dilakukan Nazarian (1984), Joh (1996), Nayan et al. (2002), Rosyidi et al. (2002) dan Rosyidi (2004) pada pengukuran kecepatan gelombang R dapat dipastikan bahwa pengaruh angka Poisson dapat diabaikan karena memberikan perbedaan nilai yang tidak signifikan. Selanjutnya melalui Persamaan (44) dan (45), dapat dilakukan prediksi nilai kecepatan teoritik gelombang Rayleigh dan nilai beda fase (*phase different*) yang digunakan sebagai parameter pengukur dinamik bahan pada media yang elastik, isotropik dan homogen. Untuk contoh langkah prediksi terhadap parameter kecepatan gelombang Rayleigh Gambar 4 menunjukkan salah satu bentuk prediksi (dari batasan Persamaan (44) dan (45)) wilayah respon frekuensi bagi kecepatan gelombang R untuk lapisan permukaan aspal yang homogen, isotropis dan dalam struktur lapisan yang tak terhingga,

dengan batasan parameter dinamik kecepatan gelombang geser ( $V_s$ ) antara 800 – 1500 m/s dan untuk angka Poisson ( $\mu$ ) = 0,29. Nilai frekuensi perambatan gelombang R juga dipengaruhi oleh penetrasi gelombang pada media aspal.

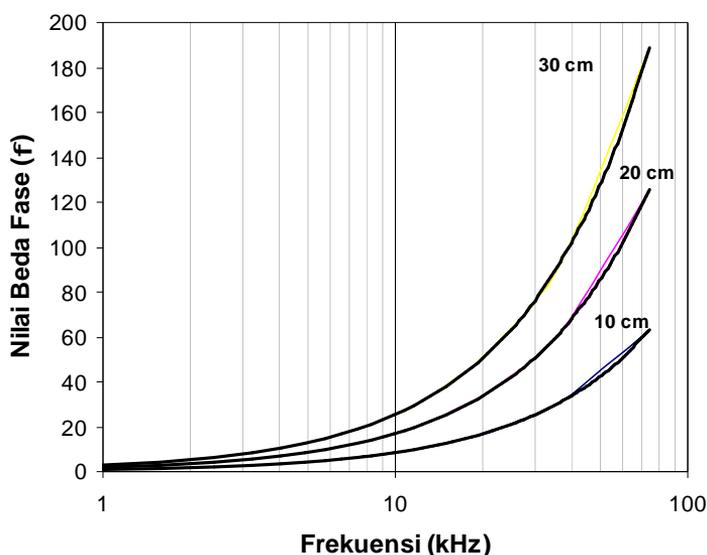


Gambar 4. Prediksi wilayah frekuensi gelombang R untuk berbagai nilai penetrasi gelombang dan kecepatan geser dinamik aspal sebesar 800 – 1500 m/s.

Untuk penetrasi gelombang terendah 1 cm yang mungkin terukur oleh penganalisis spektrum pada lapisan aspal dengan  $V_s = 800$  m/s, frekuensi gelombang R diprediksi hingga mencapai 74 kHz, dan pada lapisan aspal dengan  $V_s = 1500$  m/s dapat mencapai nilai frekuensi 139,8 kHz. Apabila penetrasi gelombang dikontrol untuk masuk pada lapisan aspal sedalam 10 cm, frekuensi gelombang R prediksi mencapai nilai 7,4 kHz dan 13,98 kHz untuk masing-masing kecepatan geser lapisan aspal bernilai 800 m/s dan 1500 m/s. Dengan demikian, apabila pengukur spektrum (*spectrum analyser*) gelombang memiliki respon frekuensi 20 kHz, maka jarak penetrasi gelombang R sedalam 10 cm adalah

direkomendasikan. Hal ini akan berpengaruh pada sampling data perpindahan partikel (*particle displacement*) gelombang R yang diterima dalam lapisan aspal.

Untuk implementasi pengukuran di lapangan menggunakan pengukur spektrum, diperlukan set konfigurasi lapangan berupa jarak antar sumber gelombang dan sensor yang sangat menentukan keberhasilan pendeteksian nilai beda fase gelombang. Gambar 5 menunjukkan grafik hasil prediksi nilai beda fase yang didapatkan dari turunan Persamaan (43) dan substitusi model persamaan beda fase (Joh, 1996; Rosyidi, 2004).



Gambar 5. Prediksi nilai beda fase dari nilai respon frekuensinya terhadap variasi jarak sensor 10, 20 dan 30 cm

Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa jarak antar sensor sangat berpengaruh untuk penentuan nilai beda fase. Pada frekuensi yang rendah (kurang dari 3 kHz), nilai beda fase untuk jarak sensor 10, 20 dan 30 cm tidak menunjukkan perbedaan yang signifikan, sedangkan untuk frekuensi lebih dari 10 kHz menunjukkan perbedaan yang signifikan. Untuk lapisan aspal sendiri, respon frekuensi yang dihasilkan dapat lebih dari 8 kHz untuk tebal lapisan aspal 10 cm. Hal ini mengindikasikan bahwa untuk mendapatkan data beda fase gelombang Rayleigh yang baik pada lapisan aspal di lapangan dapat dilakukan pengukuran menggunakan jarak sensor lebih dari 10 cm. Penggunaan jarak sensor kurang dari 10 cm dikhawatirkan tidak mendapatkan data beda fase yang baik apabila pengukur spektrum yang digunakan hanya berkapasitas 20 kHz saja.

## KESIMPULAN

Prediksi nilai respon frekuensi sebagai parameter kecepatan gelombang Rayleigh dan nilai beda fase perambatan gelombang Rayleigh dapat dilakukan dengan model yang sederhana untuk sifat media yang homogen, isotropik dan tak terbatas. Persamaan prediksi yang dirumuskan merupakan persamaan dengan nilai kecepatan gelombang geser antara 800 – 1500 m/s dan angka Poisson 0,25 – 0,5 dengan pertimbangan merupakan nilai kewajaran bagi parameter dinamik bahan lapisan campuran aspal pada perkerasan jalan. Berdasarkan nilai respon frekuensi menunjukkan bahwa penetrasi gelombang R yang dapat dengan mudah dilakukan pengukuran oleh penganalisis spektrum berkapasitas 20 kHz direkomendasikan untuk kedalaman 10 cm. Nilai beda fase dalam model lapisan aspal yang homogen dan isotropik, dipengaruhi oleh jarak antar sensor lapangan. Semakin pendek jarak antar sensor akan mendapatkan nilai beda fase yang semakin rendah, demikian juga sebaliknya. Hasil ini bermanfaat bagi kontrol lapangan pengukuran gelombang R pada lapisan aspal pada nilai beda fase di spektrum fungsi transformasi fourier (*fourier transfer function spectrum*).

## DAFTAR PUSTAKA

- Aki, K. & Richards, P.G., 1980. *Quantitative Seismology*. Vol.1. W.H. Freeman & Company, San Francisco.
- Bolt, B.B., 1976. *Nuclear Explosions and Earthquake*. The Parted Veil. W.H. Freeman & Company, San Francisco.
- Das, B.M., 1993. *Principles of Soil Dynamics*. PWS-KENT Publishing Company, Boston.
- Erwing, W.M., Jardetzky, W.S. & Press, F., 1957. *Elastic Wave in Layered Media*. McGraw Hill Book Company, Inc., New York.
- Gucunski, N., 1991. *Generation of Low Frequency of Rayleigh Wave for the Spectral Analysis of Surface Wave Method*. PhD Dissertation. The University of Michigan, Ann Arbor. 10.
- Hvorslev, M.J., 1949. *Subsurface Exploration and Sampling of Soils For Civil Engineering Purposes*. Report on a Research Project of the Committee on Sampling and Testing Soil Mechanics and Foundations Division. Waterways Experimental Station.
- Joh, S.H. 1996. *Advance in interpretation & analysis technique for spectral analysis of surface wave (SASW) measurements*. Dissertation Ph.D. The University of Texas at Austin.
- Nair, K., Smith, W.S. & Chang, C.Y. 1972. *Applicability of a Linear Viscoelastic Characterization for Asphalt Concrete*. Proceeding 3<sup>rd</sup> International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavement. London.
- Nayan, K.A.M., Rosyidi, S.A., Taha, M.R. & Mustafa, M.M. 2002. *Non-destructive testing of pavement using Spectral Analysis of Surface Wave (SASW) method*, Proceeding of Symposium A of Malaysian

- Science and Technology Congress (MSTC) 2002, Johor Bahru 19<sup>th</sup>-21<sup>st</sup> September 2002, Confederation of Scientific and Technological Associations in Malaysia (COSTAM):7p.
- Nayan, K.A.M, Taha, M.R., Rosyidi, S.A. & Ismail, M.A. 2003. Civil Engineering Application of the Spectral Analysis of Surface Wave (SASW) Method. Presented on Seminar on Geophysics 2003. Effective Utilization of Geophysical Techniques in Site Investigation. 11<sup>th</sup> October 2003. Department of Geology, University of Malaya, Kuala Lumpur.
- Nazarian, S. 1984. In situ determination of elastic moduli of soil deposits and pavement systems by Spectral-Analysis-of-Surface-Wave method. Disertasi Ph.D. The University of Texas at Austin. Unpublished.
- Norwood, J. Jr. 1979. Intermediate Classical Mechanics. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Richart, Jr., F.E., Woods, R.D. & Hall, Jr., J.R. 1970. Vibrations of soil and foundations. Ed. Ke-8. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- Rosyidi, S.A., Nayan, K.A.M., Taha, M.R. & Mustafa, M.M. 2002. Pengukuran Sifat Dinamik Perkerasan Lentur Menggunakan metode Spectral Analysis of Surface wave (SASW), 5th Annual Symposium of Indonesian Inter-University on Transportation Studies Forum (FSTPT) V, Jakarta 16-17th October 2002. Center for Transport Studies. University of Indonesia: 11p.
- Rosyidi, S.A. 2004. Evaluation of The Dynamic Stiffness of Pavement Layer Using SASW Method. Master of Science Thesis. Universiti Kebangsaan Malaysia. Unpublished.
- Kolsky, H., 1963. *Stress Waves in Solids*. Dover Publication, Inc, New York.
- Kramer, S.L., 1996. *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- Terzaghi, K. 1943. Theoretical Soil Mechanics. New York: John & Wiley Sons.
- Timonshenko, S.P. & Goodier, J.N. 1982. Theory of Elasticity. Auckland: McGraw Hill.